La relativité restreinte pour les terminales scientifiques

XVIIe XVIIIe : Galilée +Newton

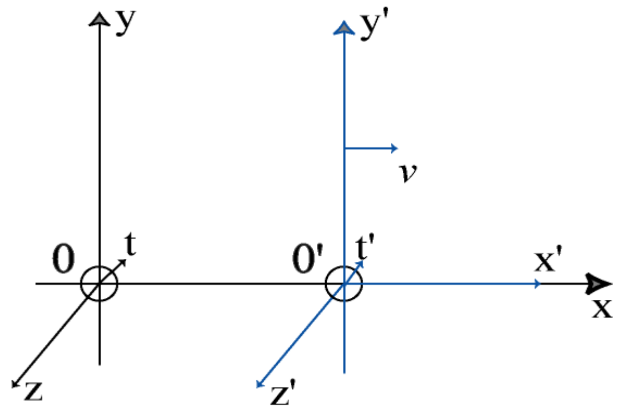
La science en plein essor est la mécanique, c'est à dire l'étude du mouvement des corps.

Notion de référentiel galiléen
Équations fondamentales : les lois de Newton

Lors du passage d'un référentiel galiléen à un autre, les vitesses sont relatives mais le temps est absolu.

Les lois de la mécanique supportent très bien la transformation dite de Galilée

$x'=x-vt$
$y'=y$
$z'=z$
$t'=t$



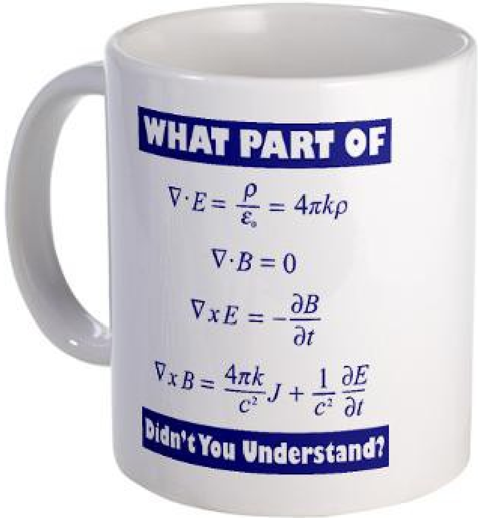
qui traduit le changement des coordonnées d'un référentiel en translation à la vitesse v sur l'axe Ox par rapport à un autre référentiel galiléen.

XIXe siècle :
Maxwell, Hertz, Helmoltz

La science en plein essor est l'électromagnétisme.

Les équation fondamentales sont les équations de Maxwell (hors programme de la TS)

Les 4 équations de Maxwell dans le vide.



Les succès de la théorie électromagnétique, comme les lois de Newton avant elles sont fabuleux. Cette théorie semble expliquer une grande partie de ce qui n'est pas explicable par la mécanique.

Hélas, ces équations ne supportent pas la transformation de Galilée et cela pose quelques problèmes.

Les scientifiques sont notamment à la recherche d'un référentiel absolu, celui dans lequel la vitesse de la lumière vaut exactement c, pour ne pas avoir à tenir compte des effets de changement de référentiel.

Fin du XIXe siècle : Avec la mécanique newtonienne, les équations de Maxwell, beaucoup de physiciens pensent que la fin de l'aventure est proche. La recherche sera bientôt terminée, arrivée à son terme. Certes quelques problèmes résistent encore et toujours à l'analyse, mais leur explication ne saurait tarder.

L'expérience cruciale 1887 : Michelson et Morley

A la fin du XIXe siècle, il n'est pas encore admis que la lumière peut se propager dans le vide. Pour beaucoup de scientifiques d'alors, ces ondes se propagent dans un milieu étrange : l'ETHER

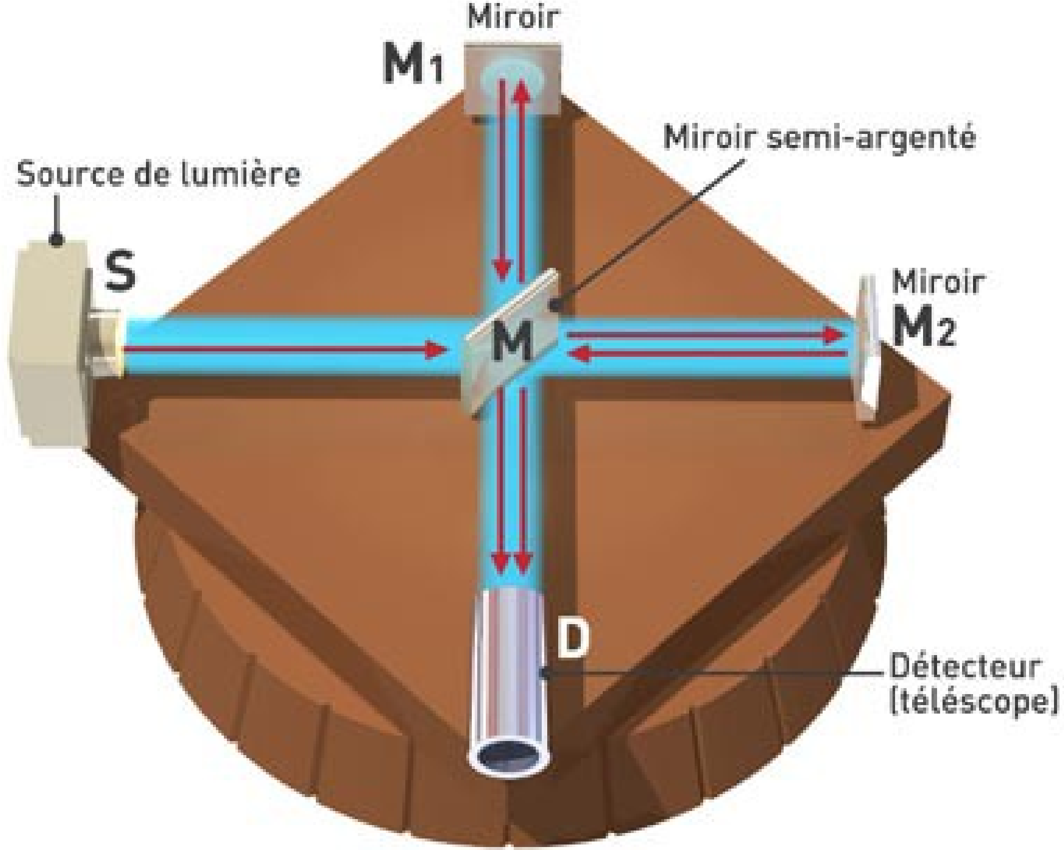
Michelson et Morley souhaitent montrer que la vitesse de propagation de la lumière n'est pas la même :

- dans la direction du mouvement de la Terre et
- dans la direction perpendiculaire au mouvement de la Terre.

Grâce à un appareil inventé pour cette expérience, ils souhaitent montrer indirectement que la vitesse de la lumière n'est pas la même dans le sens du mouvement de la terre et perpendiculairement au mouvement de la Terre

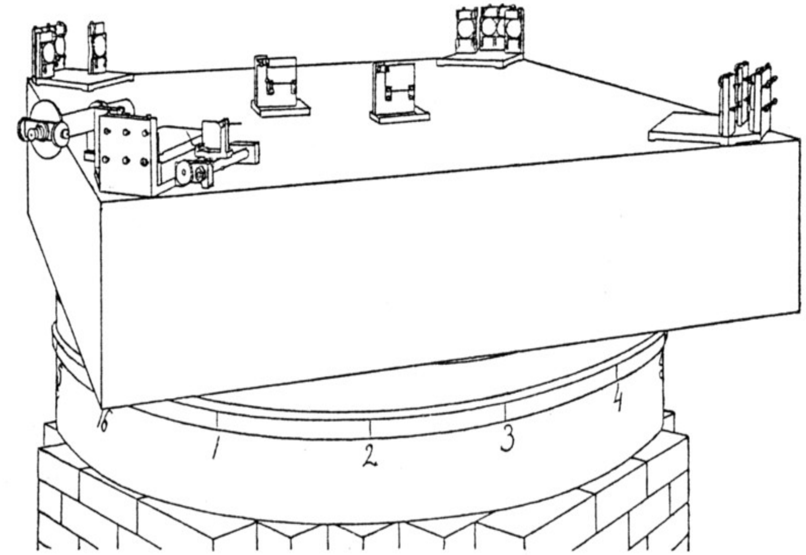
La mesure est effectuée, un déphasage de 0,4 franges est attendu, l'appareil utilisé avait une précision de 0,05franges. Résultat, aucun déphasage n'a été mesuré.

L'exploitation des mesures et de leurs incertitudes les amène à dire que l'éther à moins de 5km/s par rapport à la Terre.



15 années plus tard, Michelson écrivait : « Je trouve que cette expérience est intéressante : c'est pour tenter de résoudre le problème du mouvement de la Terre à travers l'éther qui l'interféromètre fut conçu.
On admettra, je pense, que l'invention de l'interféromètre a largement compensé le résultat négatif de l'expérience... »

Autrement dit, en 1902, il pensait encore que son expérience n'avait servi à rien. Il ne se doutait pas du séisme qui allait se produire 3 ans plus tard.



L'expérience de Michelson a suscité de très nombreuses interprétations.

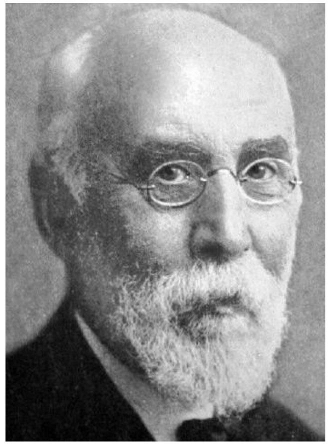
Parmi celles-ci, en 1889, celle du physicien irlandais Fitzgerald, qui propose que les distances subissent une contraction dans le sens du mouvement de la Terre qui compenserait l'effet produit par la vitesse de la Terre par rapport à l'éther.

Un calcul simple précisait que $L_{ocntracté}=L_0\cdot\sqrt{(1-\frac{v^2}{c^2})}$ où L_0 est la longueur naturelle du bras de l'interféromètre.

→ Pour faire vite, il a été pris pour un fou.

En 1892, 3 ans plus tard, un très grand nom de la science à l'époque, Lorentz va dans la même direction et précise 10 ans plus tard dans un article important, des règles mathématiques. En association avec Henri Poincaré, il modifie la transformation de Galilée, qui devient la transformation de Lorentz(-Poincaré).

$x'=\gamma(x-vt)$
$y'=y$
$z'=z$
$t'=\gamma(t-vx/c^2)$ où $\gamma=\sqrt{(1-\frac{v^2}{c^2})}$ est appelé depuis le facteur de Lorentz.

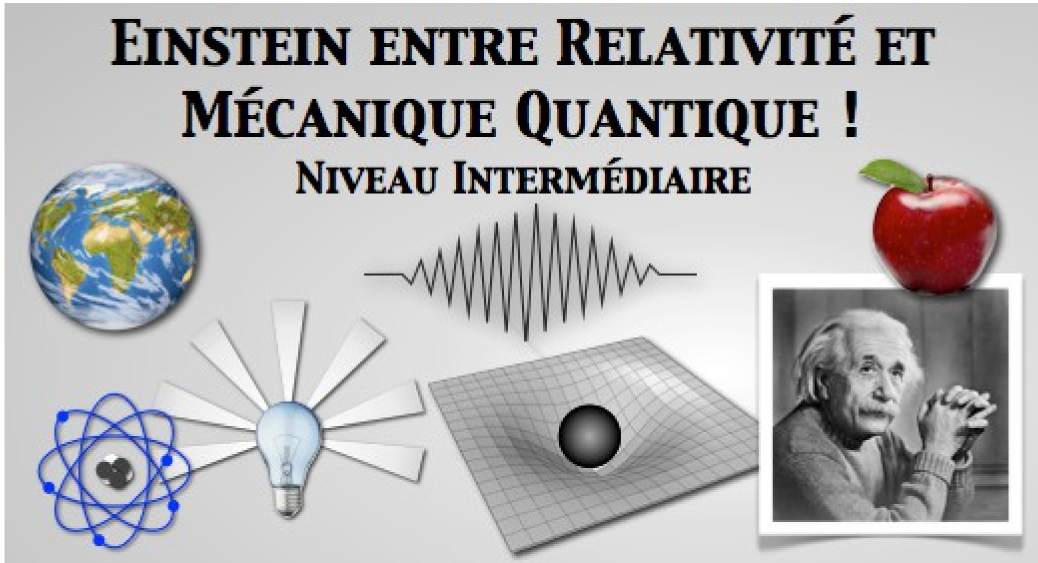


Lorentz montre qu'avec sa transformation, les équations de Maxwell sont invariantes lors d'un changement de référentiel galiléen.
Cette fois si c'est sûr, une page est en train d'être tournée...
D'autant plus que Larmor un anglais en 1898, un allemand Voigt en 1897 utilisent des calculs analogues.

Le fruit est mûr, c'est Einstein qui va le cueillir en apportant un principe fondateur qui donne un sens à ces calculs.

1905 La relativité restreinte : deux principes pour le prix d'un

Contrairement à ses prédécesseurs Einstein invente une interprétation révolutionnaire des conséquences de l'expérience de Michelson et Morley.



Il pose ainsi les bases de la relativité et formule deux postulats :

1. Les lois de la physique se formulent de la même façon dans tous les référentiels galiléens.
2. La vitesse de la lumière dans le vide est la même dans tous les référentiels galiléens.

Einstein remet en cause la physique newtonienne, la notion de temps, la simultanéité, il redéfinit ce qui est relatif et ce qui est absolu.

Galilée	Einstein
Le temps est absolu	Le temps est relatif
La célérité de la lumière dépend du référentiel	La célérité de la lumière est absolue

C'est une idée révolutionnaire qui renverse, encore aujourd'hui, la façon de penser habituelle.

Einstein ose s'attaquer à la mécanique newtonienne qu'il transforme pour forger la mécanique relativiste.
La mécanique newtonienne devient une approximation de la mécanique relativiste pour des vitesses qui restent très inférieures à celle de la lumière (approximation qui couvre tout de même d'énormes domaines).

Einstein ne s'arrête pas là, en 1916, il publie sa théorie de la relativité générale qui prend aussi en compte les référentiels non-galiléens (les référentiels en accélération)

La même année, en 1905, Einstein a rédigé d'autres articles décisifs : sur l'effet photoélectrique, sur le mouvement brownien, et surtout sur les quanta d'énergie, ce dernier article allait faire de lui un des fondateurs de la physique quantique, et fut récompensé par le prix Nobel.

Un exemple de problème qui ne s'explique pas par la mécanique classique.
Le choc de deux particules ponctuelles de masses identiques.
Quelles sont les prévisions de la mécanique classique ?
Deux grands principes sont disponibles, la conservation de la quantité de mouvement, la conservation de l'énergie. On suppose qu'une des deux masses est immobile initialement.

$$\vec{p}_1 = \vec{p}_3 + \vec{p}_4$$

$$\vec{p}_1 \cdot \vec{p}_1 = p_1^2 = p_3^2 + 2 \cdot \vec{p}_3 \cdot \vec{p}_4 + p_4^2$$

$$Ec_1 = Ec_3 + Ec_4$$

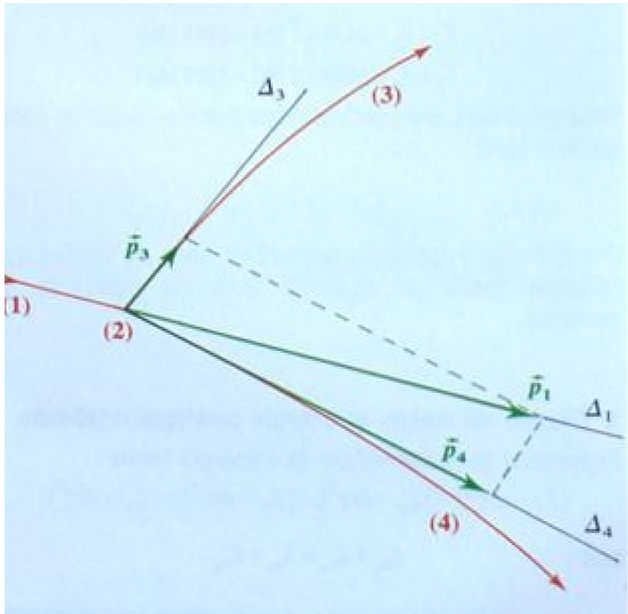
$$\frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} m v_3^2 + \frac{1}{2} m v_4^2$$

$$\frac{1}{2} m (\frac{p_1^2}{m}) = \frac{1}{2} m (\frac{p_3^2}{m}) + \frac{1}{2} m (\frac{p_4^2}{m})$$

$$p_1^2 = p_3^2 + p_4^2$$

par comparaison des deux égalités, forcément, $\vec{p}_3 \cdot \vec{p}_4 = 0$ autrement dit : les quantités de mouvement des deux masses juste après le choc sont perpendiculaires. Donc l'angle entre les deux trajectoires est 90°.

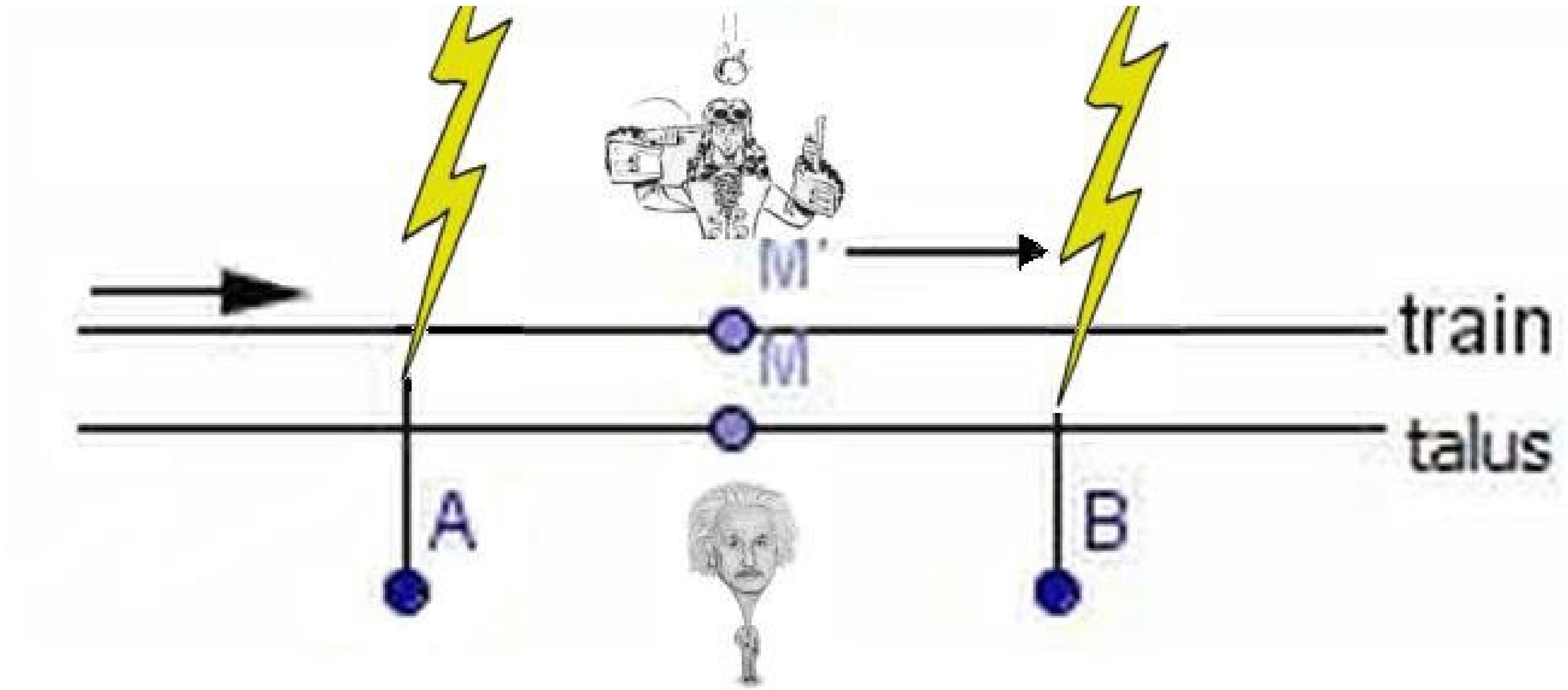
Verdict de l'expérience : Les détecteurs placés dans des accélérateurs de particules permettent d'obtenir le genre de cliché ci-dessous, réalisé avec des protons. Le proton incident a une vitesse 0,993c. On constate que l'angle entre les deux trajectoires juste après le choc n'est que de 60° environ.



Interprétation : Dans le cas des particules à grande vitesse (proches de la vitesse de la lumière dans le vide), les lois de la mécanique classique conduisent à des résultats en contradiction avec les observations expérimentales.

Redéfinir la simultanéité :

Deux éclairs ont lieu en A et en B, on peut dire que ces deux éclairs sont simultanés lorsqu'un observateur placé en M perçoit au même instant ces éclairs.



Lorsque le train est immobile, un passager situé en M' en vis à vis de l'observateur M perçoit lui aussi les 2 éclairs simultanément.

Mais lorsque le train se déplace vers la droite, le passager en M' va a la rencontre de la lumière émise en B et fuit la lumière émise en A, la perception des deux éclairs est donc décalée dans le temps, ce qui amène à dire que les deux éclairs ne sont pas simultanés dans le référentiel du train.
Et Einstein conclut : « Nous aboutissons ainsi à un résultat important suivant, des événements qui sont simultanés par rapport à la voie ferrée ne sont pas simultanés par rapport au train (et inversement). Chaque corps de référence a son temps propre, une indication de temps n'a de sens que si l'on indique le corps de référence auquel on se rapporte. »

En mécanique relativiste, le temps aussi est relatif.

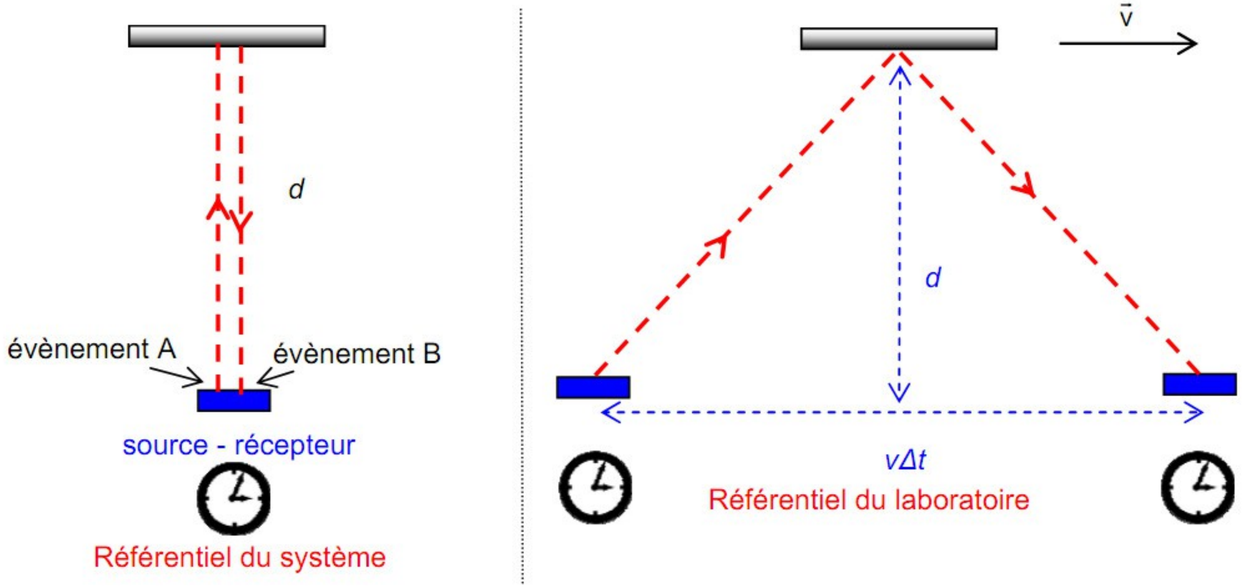
Chaque corps de référence a son temps propre, une indication de temps n'a de sens que si l'on indique le corps de référence auquel on se rapporte.

Seule la célérité de la lumière dans le vide c est absolue.

Deux événements simultanés dans un référentiel,
peuvent ne pas l'être dans un autre référentiel.

Dilatation des durées : démonstration, l'horloge lumière

On utilise la réflexion de lumière sur un miroir, l'ensemble source-miroir-récepteur est mobile à vitesse constante $\vec{v}$ par rapport à un référentiel galiléen. On considère l'événement A : émission d'une impulsion lumineuse et B réception de cette impulsion.



Dans le référentiel du système :	Dans le référentiel du laboratoire :
$c \cdot \Delta T_0 = 2\mathrm{d}$	$c \cdot \Delta T = 2 \cdot \sqrt{d^2 + (\frac{v \cdot \Delta T}{2})^2}$

On montre que : $c^2 \cdot \Delta T^2 = 4\mathrm{d}^2 + v^2 \cdot \Delta T^2$

$$\Delta T^2 \cdot (c^2 - v^2) = 4\mathrm{d}^2$$
$$\Delta T^2 \cdot c^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = 4\mathrm{d}^2$$
$$\Delta T^2 = \frac{4\mathrm{d}^2}{c^2} \cdot \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \Delta T_0^2 \cdot \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

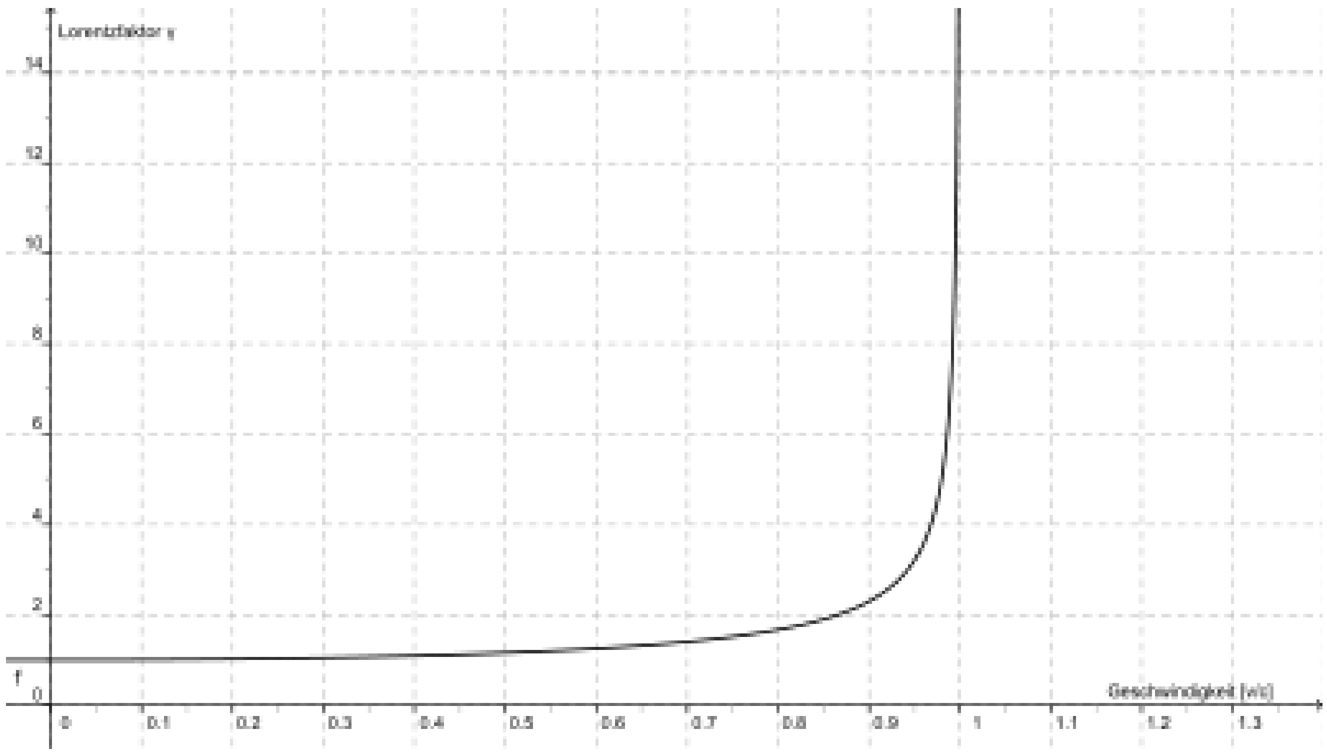
$$\Delta T = \frac{\Delta T_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma \cdot \Delta T_0 \quad \text{où} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$\gamma > 1$ donc $\Delta T > \Delta T_0$, ce qui signifie que le temps s'écoule moins vite dans le référentiel du système (appelé référentiel propre) que dans le référentiel du laboratoire !

Quelques exemples de valeurs de γ

$$\gamma=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

	Personne assise	Vélo	TGV	Navette spatiale	Muon cosmique
vitesse	0	20km/h	300km/h	7,7km/s	279.000km/s
γ	1	$1+1{,}7\text{x}10^{-16}$	$1+1{,}9\text{x}10^{-14}$	$1+3{,}3\text{x}10^{-10}$	8,5



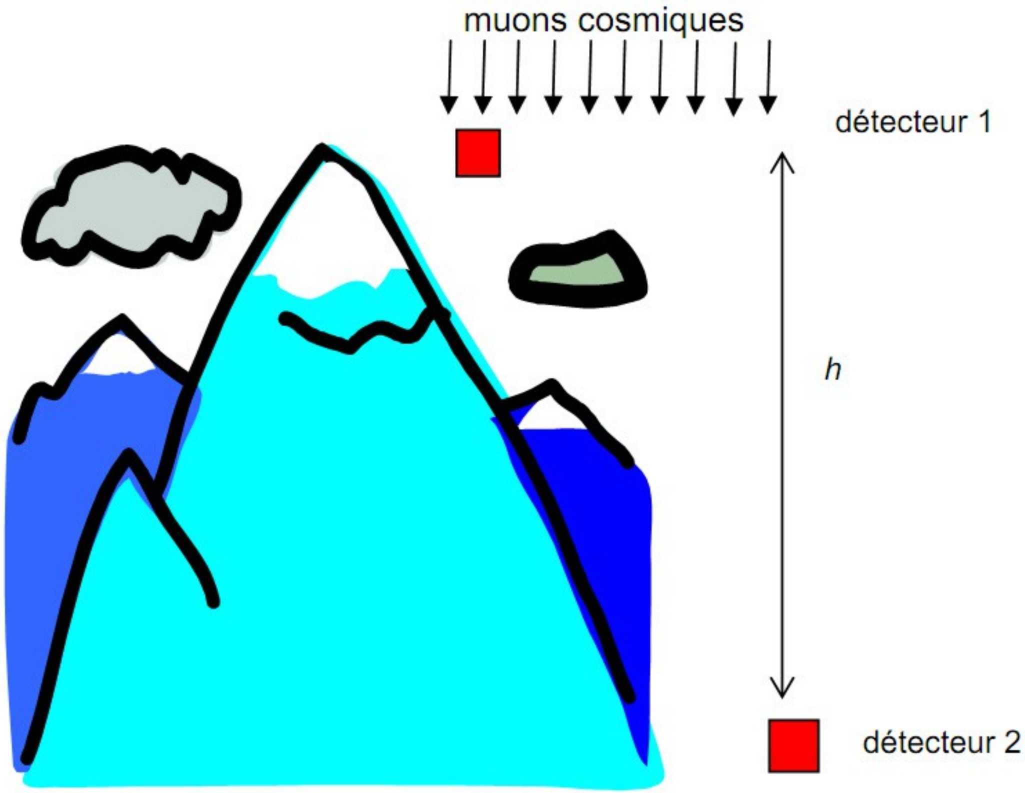
Dilatation des durées : la consécration : la désintégration des muons cosmiques

En 1963, Firsh et Smith améliorent une expérience de 1941 qui démontre la réalité de la dilatation des durées.

En laboratoire, une particule élémentaire, le muon **μ** se désintègre pour donner d'autres particules. Si on a N_0 muons à t=0s, on observe que le nombre de muons restants à un instant ultérieur t est

$$N(t)=N_0 \cdot \exp\left(\frac{-t}{\tau}\right) .$$

avec τ=2,2μs dans leur référentiel propre.



Les muons cosmiques sont produits dans la haute atmosphère terrestre par les rayons cosmiques.

L'expérience consiste à compter le nombre N_1 de muons détectés à 2000m d'altitude au sommet d'une montagne et le nombre N_2 de muons détectés au niveau de la mer. Ces muons ont une vitesse 0,995c, il leur faut donc 6,7μs pour parcourir cette distance 2000m.

D'après la loi de décroissance, il ne devrait rester au niveau de la mer que 4,8% des muons présents à 2000m.

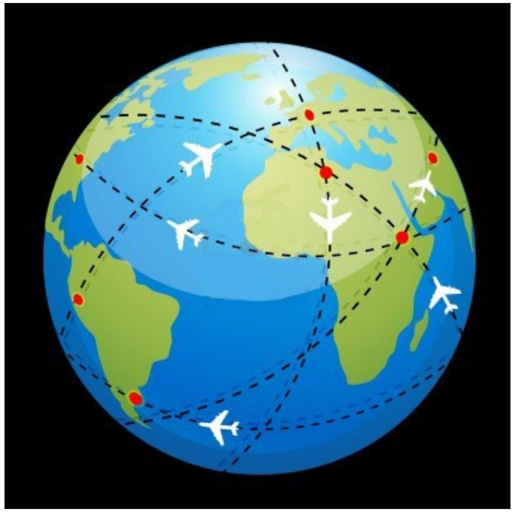
(en effet $\frac{N_2}{N_1}=\exp\left(-\frac{6,7}{2,2}\right)=0,048$)

Les mesures réalisées ont montré que 74% des muons atteignaient le niveau de la mer.

Or, pour que $\frac{74}{100}=\exp(\frac{-6,7}{\tau'})$, il faut τ'=22µs = 10 x 2,2µs.
Pour ces muons en mouvement, le temps s'est écoulé 10 fois plus lentement dans leur référentiel propre que dans le laboratoire.

Or pour la vitesse 0,995c, γ=10
La mise en place du facteur de Lorentz égal à 10 correspond exactement aux mesures réalisées.

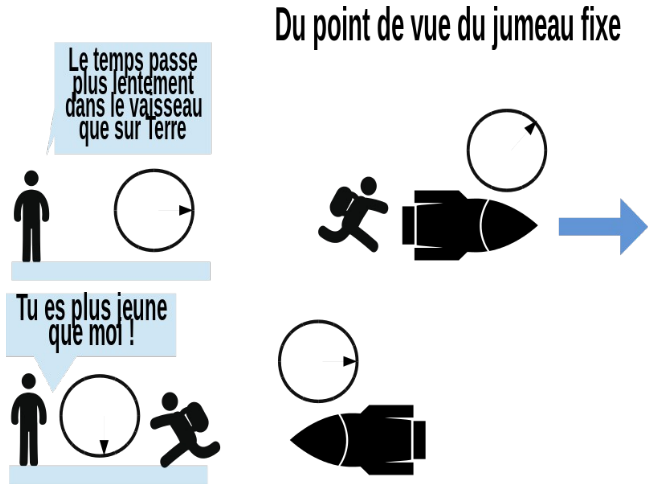
Dilatation des durées : vérification : horloges embarquées.
En 1971, 4 horloges atomiques, synchronisées effectuent en tout 600 heures de vol soit vers l'est soit vers l'ouest. Une 5ième horloge reste au repos à l'observatoire.

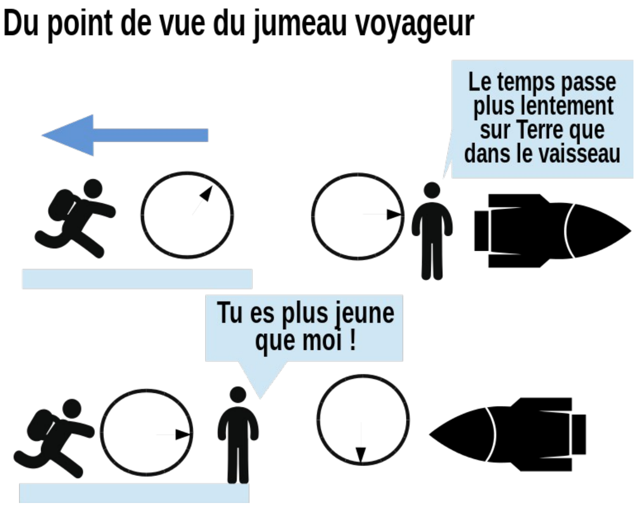


	Écart mesuré	Écart prévu
Voyages vers l'Est	-59 ± 10 ns	-40 ± 23 ns
Voyages vers l'Ouest	+273 ± 7 ns	+273 ± 21ns

Voyages vers l'est, l'horloge embarquée prend du retard, dans le sens de rotation de la Terre : le temps s'écoule moins vite pour cette horloge dans le référentiel terrestre
Voyages vers l'ouest : l'horloge embarquée prend de l'avance dans le sens inverse de la rotation de la Terre : le temps s'écoule moins vite.

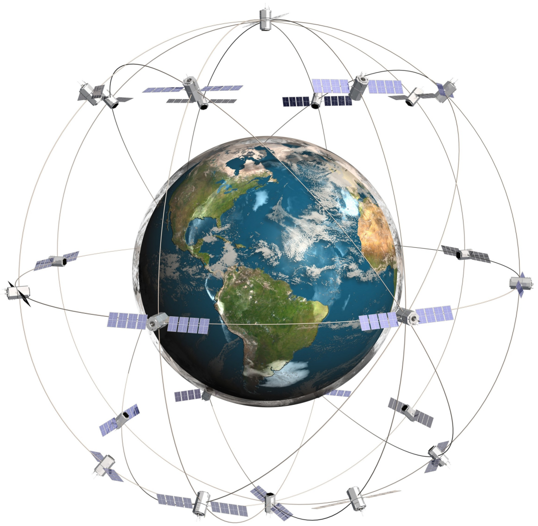
Le paradoxe des jumeaux





Conclusion :
pour chacun des jumeaux, c'est l'autre qui est plus jeune lors des retrouvailles.

Une application concrète : le GPS
les satellites utilisés par le GPS sont à une altitude de 20,000km, ce sont des balises en mouvement par rapport au référentiel terrestre... Le phénomène de dilatation des durées est à prendre en compte.



Pour positionner au m près, il faut effectuer des mesures de durées à moins de 30ns près, donc l'utilisation d'horloges très précises est impératif.
Le décalage temporel du à la dilatation des durées est de l'ordre de 7,2µs par jour, soit une dérive du positionnement de 2km par jour.
Une correction relativiste est indispensable pour rattraper cette dérive due à la dilatation des durées.